

3.C

D'après 3.b, $|P(y(t))| = |\phi(t)|$ est borné par: $|y(t)| \leq |\Phi(0)|e^{\lambda t}$.

- $\Phi(t) = P(y(t))$
- $\Phi(0) = P(2)$, car $y(0) = 2$ (condition initiale).
- $t_n = n \cdot h$, temps correspondant à l'itération n .

Ainsi :

$$|P(y_n)| \leq |P(2)|e^{\lambda n h}$$

$$\begin{aligned} y_{n+1} - y_n &= h \cdot P(y_n) \\ |y_{n+1} - y_n| &\leq h \cdot |P(2)|e^{\lambda n h} \end{aligned}$$

On remplace n par $n + 1$:

$$|y_{n+1} - y_n| \leq h \cdot |P(2)|e^{\lambda(n+1)h}$$