

## Démonstration : Si $\theta$ est une racine de $P$ , alors $t \mapsto \theta$ est une solution de l'équation différentielle (★).

### Énoncé

On considère l'équation différentielle donnée par :

$$y' = P(y),$$

où  $P(y) = 2548y^3 - 15295y^2 + 20157y - 6030$ .

On veut démontrer que si  $\theta$  est une racine du polynôme  $P$ , alors la fonction constante définie par :

$$y(t) = \theta, \quad \forall t \in \mathbf{I},$$

est une solution de l'équation différentielle.

### Démonstration étape par étape

1. **Hypothèse de base** : Supposons que  $\theta$  est une racine du polynôme  $P$ , c'est-à-dire que :

$$P(\theta) = 0.$$

2. **Définition de la fonction constante** : Considérons la fonction constante  $y : t \mapsto \theta$ . Cela signifie que, pour tout  $t \in \mathbf{I}$  :

$$y(t) = \theta.$$

3. **Calcul de la dérivée** : Puisque  $y(t)$  est une fonction constante, sa dérivée est nulle, c'est-à-dire :

$$y'(t) = 0, \quad \forall t \in \mathbf{I}.$$

4. **Substitution dans l'équation différentielle** : En remplaçant  $y(t)$  par  $\theta$  dans l'équation différentielle  $y' = P(y)$ , nous obtenons :

$$0 = P(\theta).$$

5. **Utilisation de l'hypothèse** : Par hypothèse,  $\theta$  est une racine de  $P$ , donc :

$$P(\theta) = 0.$$

L'égalité est donc vérifiée.

6. **Conclusion** : La fonction constante  $y(t) = \theta$  satisfait l'équation différentielle  $y' = P(y)$ . Par conséquent,  $y(t) = \theta$  est une solution de l'équation différentielle.