

3.b)

$$\Phi(t) = P(y(t)) \quad \text{avec} \quad y'(t) = P(y(t))$$

$$\Phi'(t) = \frac{d}{dt}P(y(t)) = P'(y(t)) \times y'(t)$$

$$\Phi'(t) = P'(y(t)) \times P(y(t)) \quad \text{car} \quad y'(t) = P(y(t))$$

$$\Phi'(t) = P'(y(t)) \times \Phi(y(t))$$

JUSTIFIER !!! Si $P(y(t)) \neq 0$, on peut diviser par $\Phi(t)$:

VERIFIER !!! $\frac{\Phi'(t)}{\Phi(y(t))} = P'(y(t))$ et d'après 3.a, $\forall y \in [1, 3], P'(y(t)) \leq \Lambda$

Donc, on obtient :

$$\frac{\Phi'(t)}{\Phi(t)} \leq \Lambda$$

Soit s une variable d'intégration. En intégrant l'expression précédente, on obtient :

$$\int_0^t \frac{\Phi'(s)}{\Phi(s)} ds \leq \int_0^t \Lambda ds$$

$$\ln(|\Phi(t)|) - \ln(|\Phi(0)|) \leq \Lambda t$$

$$\ln(|\Phi(t)|) \leq \Lambda t + \ln(|\Phi(0)|)$$

$$|\Phi(t)| \leq e^{\ln(|\Phi(0)|)} e^{\Lambda t}$$

$$|\Phi(t)| \leq |\Phi(0)| e^{\Lambda t}$$