

Notes de cours, de TD et de TP autorisés. L'accès aux sites d'IA génératives et outils de communication en ligne est formellement interdit. On importera exclusivement les bibliothèques numpy et matplotlib.

Consigne : Pour chaque exercice vous créerez un fichier 'ExA.py', 'ExB.py', etc. qui regroupera toutes les réponses à l'exercice.

EXERCICE A

Créer un fichier 'ExA.py' qui effectue les actions suivantes :

- A.1. Importer les données du document 'manchots.txt' dans une matrice. Elle contient les données de la longueur et largeur du bec de plusieurs individus d'une espèce de manchots.
- A.2. Tracer les données sur un graphique. On représentera chaque donnée par une croix rouge.
- A.3. A l'aide d'une fonction Python, faire une régression linéaire sur ces données.
- A.4. Tracer les données et la droite des moindres carrés sur un même graphique.
- A.5. Calculer l'erreur au sens des moindres carrés et l'afficher à l'aide de la fonction print.
- A.6. Afficher votre réponse à la question suivante : la régression linéaire calculée vous paraît-elle pertinente ? Pourquoi ?

EXERCICE B

Créer un fichier 'ExB.py' qui effectue les actions suivantes :

- B.1. Importer les données du document 'polynomial.txt' dans une matrice.
- B.2. Calculer les régressions de degré 2, 3 et 4.
- B.3. Afficher les régressions ainsi que les données sur un même graphique.
- B.4. Calculer les erreurs au sens des moindres carrés pour chaque régression et les afficher à l'aide de la fonction print.
- B.5. Afficher votre réponse à la question suivante : Quelle est la régression la plus pertinente ? Pourquoi ?

EXERCICE C

On se propose d'étudier l'évolution du nombre de buses et de campagnols (un rapace et un rongeur des campagnes). Si on note B_k le nombre de buses au mois k et C_k le nombre de (milliers de) campagnols au mois k , on modélise leur évolution de la manière suivante :

$$\begin{cases} B_k = 0.9B_{k-1} + 0.2C_{k-1} \\ C_k = -0.025B_{k-1} + 1.05C_{k-1} \end{cases}$$

avec $B_0 = 5$ et $C_0 = 15$.

Créer un fichier 'ExC.py' qui effectue les actions suivantes :

- C.1. Écrire puis afficher à l'aide de la fonction print la matrice M telle que pour tout $k > 0$,

$$\begin{pmatrix} A_k \\ B_k \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} A_{k-1} \\ B_{k-1} \end{pmatrix}.$$

- C.2. Calculer puis afficher le nombre de buses et de campagnols aux mois $k = 10$ et $k = 100$.
- C.3. Tracer le nombre de buses et de campagnols en fonction de k sur un même graphique pour des valeurs de k entre 0 et 100 ; on pensera à mettre une légende.
- C.4. Afficher votre réponse à la question suivante : Comment évolue le nombre de buses et de campagnols au cours du temps ?
- C.5. Reprendre la question C.3 avec les données initiales suivantes : $B_0 = 50$ et $C_0 = 10$.
- C.6. Afficher votre réponse à la question suivante : Que se passe-t-il dans cette situation ?
- C.7. Diagonaliser la matrice M et afficher sa diagonalisation dans la console.
- C.8. (Bonus) Se servir de la diagonalisation de M pour expliquer les tracés obtenus en C.3 et C.5.